

Оригинальная статья

DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.2/8>

УДК 630\*3 : 621.866-82



## Кинематический и динамический анализ механизма подъема манипулятора сортиментовоза, оснащенного гидромеханическим демпфером, на основе методов Эйлера и Рунге-Кутты

Дмитрий С. Богданов<sup>1</sup>, bogdanov\_s69@mail.ru  <http://orcid.org/0000-0003-4179-8189>

Алина В. Попикова<sup>1</sup>, poalinka@mail.ru  <http://orcid.org/0000-0002-9387-4254>

Иван Д. Евсиков<sup>1</sup>, evsfan1997@gmail.com  <http://orcid.org/0009-0007-3388-3275>

Сергей К. Попиков<sup>1</sup>, sergpopikov@mail.ru  <https://orcid.org/0009-0009-1176-9804>

Александр А. Полумиско<sup>2</sup> , alex-polumisko@mail.ru  <https://orcid.org/0009-0003-2900-7919>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г. Ф. Морозова», ул. Тимирязева, 8, г. Воронеж, 394087, Российская Федерация

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», Университетская пл., 1, г. Воронеж, 394018, Российская Федерация

Представлен анализ исследований кинематики и динамики рабочих процессов манипуляторов технологических машин. Целью исследования является снижение динамической нагруженности и повышение производительности лесного манипулятора путем кинематического и динамического анализа механизма подъема стрелы, оснащенного гидромеханическим демпфером. Разработаны расчетные схемы для механизма подъема стрелы и демпфера. Основой исследования служит математическая модель, описывающая кинематику и динамику подъема стрелы с учетом действия дополнительного демпфера. Модель включает в себя уравнения, описывающие взаимодействие основных параметров системы, таких как угол подъема стрелы, давление в напорном трубопроводе и ход плунжера демпфера. Решение системы уравнений представлено с использованием приближенного метода Эйлера и разложения в ряд Маклорена, а полученные функции анализируются с точки зрения их зависимости от времени и других ключевых параметров. В статье подробно описан метод расчета коэффициентов и численное решение по методу Рунге-Кутты, включая чувствительность модели к изменениям параметров. Задача решена в системе компьютерной алгебры Maxima. Особое внимание уделено анализу влияния малых параметров на поведение системы, что демонстрируется на графиках зависимостей ключевых переменных от времени. В заключении формулируются основные выводы, подчеркивающие значимость введения дополнительного демпфера для снижения динамической нагруженности и повышения производительности погрузочно-разгрузочных работ лесного манипулятора.

**Ключевые слова:** манипулятор, гидропривод, демпфер, механизм подъема стрелы, математическая модель, расчетные схемы, погрузочно-разгрузочные работы, угол подъема стрелы, давление в напорном трубопроводе, ход плунжера демпфера.

**Финансирование:** данное исследование не получало внешнего финансирования.

**Благодарности:** авторы благодарят рецензентов за вклад в экспертную оценку статьи.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования:** Кинематический и динамический анализ механизма подъема манипулятора сортировочного, оснащенного гидромеханическим демпфером, на основе методов Эйлера и Рунге-Кутты / Д. С. Богданов, А. В. Попикова, И. Д. Евсиков, С. К. Попиков, А. А. Полумиско // Лесотехнический журнал. – 2024. – Т. 14. – № 2 (54). – С. 127–143. – Библиогр.: с. 139–143 (24 назв.). – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.2/8>.

*Поступила* 13.05.2024. *Пересмотрена* 03.06.2024. *Принята* 04.06.2024. *Опубликована онлайн* 17.06.2024.

### **Kinematic and dynamic analysis of the lifting mechanism of a sorting truck manipulator equipped with a hydromechanical damper based on Euler and Runge-Kutta methods**

**Dmitry S. Bogdanov**<sup>1</sup>, bogdanov\_s69@mail.ru  <http://orcid.org/0000-0003-4179-8189>

**Alina V. Popikova**<sup>1</sup>, poalinka@mail.ru  <http://orcid.org/0000-0002-9387-4254>

**Ivan D. Evsikov**<sup>1</sup>, evsfan1997@gmail.com  <http://orcid.org/0009-0007-3388-3275>

**Sergei K. Popikov**<sup>1</sup>, sergpopikov@mail.ru  <https://orcid.org/0009-0009-1176-9804>

**Alexander A. Polumisko**<sup>2</sup> , alex-polumisko@mail.ru  <https://orcid.org/0009-0003-2900-7919>

<sup>1</sup>*Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Timiryazeva str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Voronezh State University, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, 394018, Russian Federation*

#### **Abstract**

An analysis of research into the kinematics and dynamics of work processes of technological machine manipulators is presented. The aim of the study is to reduce the dynamic load and increase the productivity of the forest manipulator by kinematic and dynamic analysis of the boom lifting mechanism equipped with a hydromechanical damper. Calculation schemes for the boom and damper lifting mechanism have been developed. The research is based on a mathematical model describing the kinematics and dynamics of boom lifting, taking into account the action of an additional damper. The model includes equations describing the interaction of the main system parameters, such as the boom lifting angle, pressure in the pressure line and the stroke of the damper plunger. The solution of the system of equations is presented using the approximate Euler method and Maclaurin series expansion, and the obtained functions are analyzed in terms of their dependence on time and other key parameters. The article describes in detail the method of calculating coefficients and the numerical solution using the Runge-Kutta method, including the sensitivity of the model to changes in parameters. The problem is solved in the Maxima computer algebra system. Special attention is paid to the analysis of the influence of small parameters on the behavior of the system, which is demonstrated on the graphs of the dependencies of key variables on time. In conclusion, the main conclusions are formulated, emphasizing the importance of introducing an additional damper to reduce dynamic loading and increase the productivity of loading and unloading operations of the forest manipulator.

**Keywords:** *manipulator, hydraulic drive, damper, boom lifting mechanism, mathematical model, calculation schemes, loading and unloading operations, boom lifting angle, pressure in the pressure pipeline, damper plunger stroke, manipulator operation optimization.*

**Funding:** This study received no external funding.

**Acknowledgments:** The authors thank the reviewers for their contribution to the peer review of the article.

**Conflict of interest:** The authors declare no conflict of interest.

**For citation:** Bogdanov D. S., Popikova A. V., Evsikov I. D., Popikov S. K., Polumisko A. A. (2024) Kinematic and dynamic analysis of the lifting mechanism of a sorting truck manipulator equipped with a hydromechanical damper based on Euler and Runge-Kutta methods. *Lesotekhnicheskii zhurnal* [Forestry Engineering Journal], Vol. 14, No. 2 (54), pp. 127–143 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.2/8>.

*Received* 13.05.2024. *Revised* 03.06.2024. *Accepted* 04.06.2024. *Published online* 17.06.2024.

## Введение

В лесном комплексе Российской Федерации актуальной проблемой является импортозамещение и разработка эффективной техники. Важными критериями эффективности лесотранспортных машин манипуляторного типа являются надежность и энергоемкость, а одним из решений может быть разработка демпфирующих узлов, которые позволяют снизить динамическую нагруженность и повысить производительность технологического оборудования.

С.А. Голякевич и А.Р. Гороновский (2019 и 2024) [1-2] разработали имитационную модель мехатронной системы форвардера «Амкодор-2661-01» с учетом параметров гидросистемы и технологического оборудования. Рабочие режимы исследовались при максимальной частоте вращения гидронасоса 2800 об/мин, номинальной частоте 2400 об/мин и минимальной – 500 об/мин, при этом давление в гидросистеме находилось в пределах 31...40 МПа.

А.А. Тарбеев (2019) [3] отмечает, что при эксплуатации лесных гидроманипуляторов в зимнее время из-за высоких динамических нагрузок теряют свою работоспособность гибкие трубопроводы (РВД) (29,7–56%) и уплотнения гидроцилиндров (14,0–24,1%).

Е.В. Авдеева и В.Ф. Полетайкин (2020) [4] исследовали рабочие режимы гидропривода манипулятора лесопогрузчика методом математического моделирования. На основании решения неоднородных дифференциальных уравнений движения стрелы и поворотной колонны, а также расходов рабочей жидкости получены расчетные формулы для определения усилий на штоках гидроцилиндров, скоростей и ускорений стрелы и колонны. Установлено, что скорость движения штока гидроцилиндра поворота колонны изменяется от 0,042 м/с до 0,0691 м/с, а усилия на штоке от 329114 до 562621 Н.

И.А. Лагерева и А.В. Лагерева (2019) [5-7] предложили методику моделирования рабочих процессов кранов-манипуляторов при совмещении движений стрелы и рукояти. Установлено, что время подъема стрелы составляет 6,6 с, а рукояти – 3,4 с, при этом на выходе из гидронасоса наблюдается ярко выраженный колебательный процесс в давлении рабочей жидкости из-за частого срабатывания предохранительного клапана, среднее давление стабилизируется на уровне 12,5 МПа. Рассмотрены вопросы устойчивости технологических машин с применением выносных аустрiggers с опорными винтовыми или гидравлическими домкратами. Составлена компьютерная программа для определения перемещения, скорости и ускорения звеньев манипулятора, а также давления и расхода рабочей жидкости. Выполнено моделирование совместного поворота стрелы и колонны крана манипулятора с учетом инерционных нагрузок. Также рассмотрены совместное движение стрелы и рукояти в пределах углов до 60 градусов и при силе тяжести груза 7,5 кН, приведены графики зависимости усилий на штоках гидроцилиндров от углов поворотов стрелы и рукояти. При одновременном начале совместных движений звеньев наблюдается отсутствие колебательных процессов и гидравлических параметров.

В работе Е.Н. Власова и др. (2022) [8] представлены результаты исследований динамики и устойчивости следящего гидропривода манипулятора лесной машины на основе линеаризованных моделей. Получено выражение для определения устойчивости следящего гидропривода и амплитудно-фазовых частотных характеристик гидропривода лесных машин.

П.И. Попиков и др. (2019) [9] разработали имитационную модель, с помощью которой на виртуальном стенде получены кинематические и динамические параметры при совмещении движения

трех звеньев манипулятора в различных комбинациях. Это позволяет получить оптимальную траекторию подъема груза с наименьшими энергозатратами и максимальной производительностью. Рассмотрены вопросы устойчивости технологических машин с применением выносных аутригеров с опорными винтовыми или гидравлическими домкратами.

В работе А.А. Макарова и С.Е. Худяковой (2021) [10] использована динамическая модель робота типа SCARA с избирательной податливостью руки. Рассмотрены вопросы определения кинематических параметров (длин плеч, углов поворота приводов) по заданной рабочей зоне робота с помощью решения системы уравнений для расчета координат на ЭВМ с использованием метода Лагранжа-Эйлера, при котором удаляются взаимосвязи с весовыми коэффициентами, меньшими расчетных погрешностей.

В работе Д.Р. Богданова и О.В. Даринцева (2019) [11] представлена методика проектирования манипуляторов с управляемым изгибом звеньев под различными углами для роботов. Разработаны программы для обоснования кинематики отдельных звеньев на базе однородной матрицы преобразования в виде произведения частных матриц для каждого элемента звена.

В.А. Крамарь и др. (2019) [12] на основе исходных данных сформировали базу знаний, соответствующую изменению углов поворота звеньев манипулятора-робота для решения задачи определения требуемой траектории движения.

Т.А. Шевелевой (2020) [13] даны рекомендации применения пакетов прикладных программ для компьютерного моделирования кинематики механизмов в системе САПР. Для кривошипно-ползунного механизма сделан расчет кинематики с помощью геометрического метода.

В статье М.В. Кузьмина и А.А. Казначеева (2023) [14] произведён математический анализ кинематики и динамики манипулятора-робота. Разработана кинематическая схема шестизвального манипулятора. Составлена матрица однородного преобразования. Решена обратная задача динамики и кинематики манипулятора.

В работах А.И. Телегина и М.В. Носикова (2022) [15-16] предлагается более простое аналитическое решение уравнений динамики манипуляторов с вращательными кинематическими сочленениями в квазискоростях, представленных в символьном виде с явно выраженными геометрическими, кинематическими и инерционными параметрами. Это способствует более быстрому проектированию манипуляторов с заданными свойствами.

В работе М.И. Михайлова и А.В. Шевченко (2022) [17] проведена оптимизация траектории манипулятора-робота RA605. Решена обратная задача кинематики и динамики методом обратных преобразований. Разработана траектория движения схвата робота с использованием кубических полиномов по выбранным узловым точкам. Одновременно проводилась оптимизация по критерию минимизации времени движения с учётом рабочего пространства и ограничений по кинематическим параметрам.

С.М. Ситник и Ту Раин (2023) [18] представили методологию сбора данных для обучения обратной динамической модели манипулятора. Разработали параметрическую физическую модель манипулятора на основании метода Денавита-Хартенберга. Сначала задаётся рабочая зона манипулятора, для генерации которой используется полиномиальная функция третьей степени. На каждом шаге изменения углов поворота манипулятора, скорости и ускорения производится расчёт необходимых значений.

В статье А.В. Нелюбовой (2022) [19] разработана математическая модель рабочего процесса робота с трехзвенным манипулятором. Выбрана траектория движения звена манипулятора в виде прямой с наклонным коэффициентом. Математическая модель представлена с помощью уравнения Лагранжа второго рода и решена в среде Simulink MATLAB. Получены кинематические и динамические параметры, которые обеспечивают перемещение захвата по заданной траектории.

В статьях А.В. Долматова и С.А. Васильева (2022) [20-21] представлена разработка интеллектуальных мехатронных модулей SCARA-манипулятора четвертого поколения. Программный комплекс позволяет создавать кинематические пары

между звеньями манипулятора для точной имитации моментов сил и углов поворота различных звеньев манипулятора.

В работе О.Р. Дорняк и др. (2023) [22] рассматривается статическое нагружение силового гидропривода манипулятора в критических режимах опрокидывания лесотранспортной машины в поперечной плоскости. Для изучения состояния равновесия при различных положениях опорно-поворотного устройства использованы уравнения в обобщенных координатах. Получены расчетные зависимости давления в гидроцилиндрах манипулятора, аутриггеров, стрелы и рукояти при различных углах наклона рамы опорно-поворотного устройства. Записаны аналитические выражения для определения усилий в гидроцилиндрах, которые позволяют прогнозировать критические режимы манипуляторов, при которых происходит опрокидывание лесотранспортной машины в поперечной плоскости.

В работе А.А. Волошкина и др. (2023) [23] представлена математическая модель манипулятора Delta. Получены кинематические и динамические характеристики манипулятора с использованием 3D моделирования. Программа позволяет построить траекторию движения поднимаемого инструмента для обработки детали при различных углах поворота звеньев. Получены графики зависимости скоростей, которые находились в пределах от 502 мм/с до 5920 мм/с, и ускорений от времени для приводных звеньев, а также параллелограммного механизма и подвижной рамы. Максимальное значение момента в приводных шарнирах в момент времени 0,24 секунды достигает значения 68,1 Н·м.

Анализ результатов исследований способов снижения динамической нагруженности и повышение производительности технологических машин манипуляторного типа показал, что кинематика и динамика гидроприводов с демпфирующими устройствами исследованы недостаточно.

*Целью исследования* является снижение динамической нагруженности и повышение производительности лесного манипулятора путем совершенствования кинематики и динамики гидропривода механизма подъема стрелы, оснащенного гидромеханическим демпфером.

### Материалы и методы

#### *Объект и предмет исследования*

В качестве объекта исследования нами выбран механизм подъема стрелы манипулятора с подключением в гидропривод нового гидромеханического демпфера (рис. 1), защищенного патентом на изобретение [24]. Новизна предлагаемого гидромеханического демпфера заключается в том, что плунжер выполнен пустотелым и подпружинен с двух сторон, корпус демпфера снабжен резьбовыми пробками, выполненными заодно с обратными клапанами, шайбами для регулирования объема полостей демпфера, которые сообщены с полостями гидроцилиндра привода грузоподъемной стрелы через регулируемые дроссели, встроенные в корпус демпфера. Такое техническое решение с малой массой пустотелого плунжера обеспечивает быстрое действие срабатывания гидромеханического демпфера при высоких частотах и амплитудах колебаний давления рабочей жидкости в переходных режимах.

Функционирование механизма подъема груза обеспечивается подачей рабочей жидкости насосом 2 из гидробака 1 через распределитель 3 по гибким трубопроводам 5 или 6 к гидроцилиндру 4.

Принцип действия нового гидромеханического демпфера 16 (см. рис. 1) с облегченным пустотелым плунжером 19 основан на быстром действии перепуска объема рабочей жидкости равного объему деформации гибких рукавов высокого давления 5 и 6 во время переходных процессов, между полостями 22 и 24 гидроцилиндра 4 через систему дроссельных отверстий, обратных клапанов 17 и 18 и регулируемых дросселей 23 и 25. Надо отметить, что объемы левой 20 и правой 21 полостей демпфера 16 должны быть равны объемам деформации гибких элементов гидропривода и регулируются за счет резьбовых пробок 26 и 27, а также регулировочных шайб 28 и 29. Пружины сжатия 20 и 21 обеспечивают возврат пустотелого плунжера 19 в среднее положение после его перемещения в ту или иную сторону под действием всплесков давления в гидролиниях 5 и 6 за счет инерционных сил, возникающих в переходных процессах в начале подъема груза, остановки и торможения стрелы.

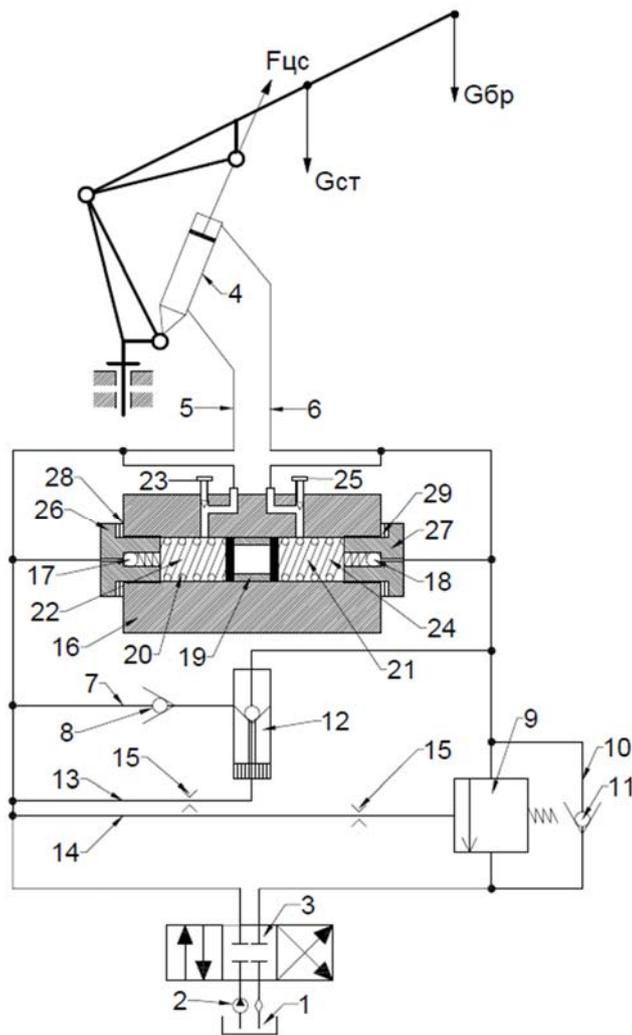


Рисунок 1 – Гидрокинематическая схема механизма подъема манипулятора с гидромеханическим демпфером  
 Figure 1 – Hydrokinematic diagram of the manipulator lifting mechanism with an hydromechanical damper  
 Источник: Собственная композиция авторов  
 Source: authors' own composition

Предлагаемая конструкция механизма подъема имеет еще один резерв повышения производительности за счет редукционного клапана 9 с линией управления 14 и демпфером 15 и нормально закрытого управляемого клапана с линией управления 13 и демпфером 16, которые при подъеме легких грузов перепускает часть жидкости из штоковой полости гидроцилиндра 4 в поршневую полость, при этом увеличивается расход рабочей жидкости и соответственно скорость подъема легкого груза. Гидросистема также снабжена обратным клапаном 11 и гидрролинией 10.

Благодаря этим элементам гидропривода легкие грузы поднимаются на повышенных скоростях, что увеличивает производительность манипулятора при погрузочно-разгрузочных работах.

*Предметом исследования* является математическая модель процесса подъема стрелы с учетом подключения гидромеханического демпфера в гидропривод и теоретические зависимости кинематических и динамических характеристик.

Для анализа кинематики и динамики рабочих процессов составлены расчетные схемы механизма подъема стрелы (рис. 2) и демпфера (рис. 3).

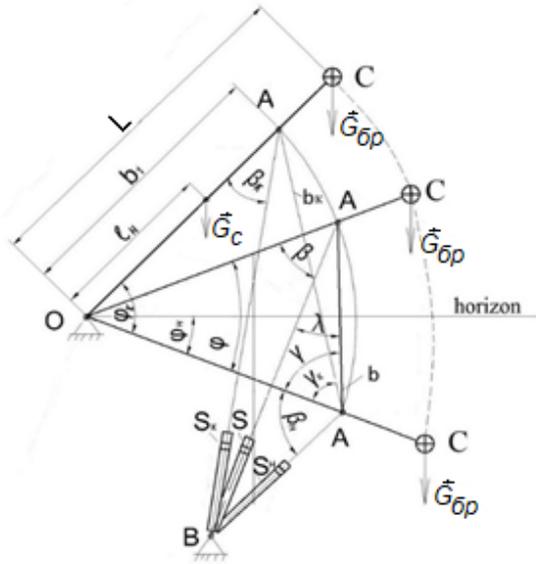


Рисунок 2 – К определению параметров механизма подъема аналитическим методом  
 Figure 2 – To determine the parameters of the lifting mechanism by the analytical method  
 Источник: Собственная композиция авторов  
 Source: Authors' own composition

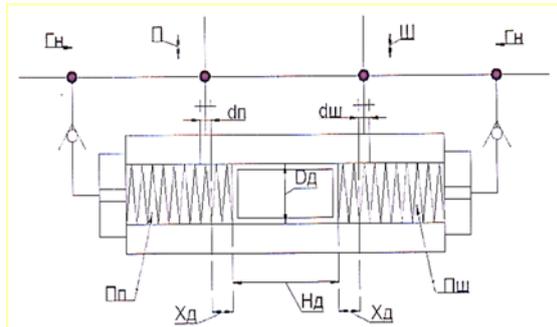


Рисунок 3 – К определению параметров демпфера аналитическим методом  
 Figure 3 – To determine the parameters of the damper by the analytical method  
 Источник: Собственная композиция авторов  
 Source: Authors' own composition

Разработана математическая модель подъема стрелы манипулятора с дополнительным демпфером:

$$\begin{cases} (J_{бр} + J_c) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{\pi d_c^2 b_1 \sin \beta}{4} p - (G_{бр} L + G_c l_H) \cos \varphi, \\ Q = \frac{\pi d_c^2 b_1 \sin \beta}{4} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \mu \frac{\pi d_n^2}{4} \sqrt{\frac{2p}{\rho}} + a_y p + \frac{V_{сум}}{E_{нп}} \cdot \frac{dp}{dt}, \\ \frac{d^2 x_d}{dt^2} = \frac{1}{m_d} \left( p \frac{\pi d_n^2}{4} - c_n x_d - \frac{dx_d}{dt} k_d \right), \end{cases} \quad (1)$$

где

- $\varphi$  – угол подъема стрелы, рад;
- $p$  – текущее значение давления в напорном трубопроводе, Па;
- $x_d$  – ход плунжера демпфера, м;
- $t$  – время, с.

Остальные параметры обозначены на рис. 2 и 3 и в табл. 1.

Угол  $\beta$  является функцией угла  $\varphi$  и определяется из выражений

$$\begin{aligned} \beta &= \gamma - \lambda, \\ \lambda &= \arcsin \left( \frac{S_H}{S} \sin(\beta_H + \gamma) \right), \\ S^2 &= b^2 + S_H^2 - 2bS_H \cos(\beta_H + \gamma), \\ b &= 2b_1 \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right), \\ \beta_H &= \arccos \left( \frac{b_k^2 + S_H^2 - S_k^2}{2b_k S_H} - \gamma_k \right), \\ b_k &= 2b_1 \sin \left( \frac{\varphi_k}{2} \right), \\ \gamma_k &= \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_k}{2}, \\ \gamma &= \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}, \end{aligned}$$

где

- $S_H$  – минимальная длина гидроцилиндра, м;
- $S_k$  – максимальная длина гидроцилиндра, м;
- $\varphi_H$  – начальное значение угла  $\varphi$ , м;
- $\varphi_k$  – конечное значение угла  $\varphi$ , м.

В системе (1) параметры  $\varphi$ ,  $p$ ,  $x_d$  являются искомыми функциями от времени  $t$ , которые задаются на временном промежутке  $[t_H, t_k] = [0; 15]$  с.

Поставим начально-краевую задачу:

$$\begin{aligned} \varphi(t_H) &= \varphi_H = -0.26, \\ \varphi(t_k) &= \varphi_k = 1.4, \\ p(t_H) &= \varepsilon, \\ x_d(t_H) &= 0, x_d(t_k) = (x_d)_k = 0.04, \end{aligned} \quad (2)$$

где через  $\varepsilon$  обозначен достаточно малый положительный параметр.

Для аналитического решения задачи нами использован аналог метода Эйлера, в котором каждая производная аппроксимируется разностными отношениями.

Введение малого параметра обусловлено тем, что функция  $\sqrt{p(t)}$  не дифференцируема в тех точках, в которых  $p(t)$  обращается в 0.

С целью упрощения машинных вычислений сделаем следующие допущения:

- 1) приблизим  $\pi \approx 3.14$ ;
- 2) выражение  $\sin \beta$  заменим эмпирической кубической функцией угла  $\varphi$ , равной

$$\delta(\varphi) = 0.05\varphi^3 - 0.13\varphi^2 - 0.4\varphi + 0.86.$$

Действительно, как видно из рис. 4, графики функций  $\sin \beta$  и  $\delta(\varphi)$  практически накладываются на всем отрезке  $[\varphi_n, \varphi_k]$ .

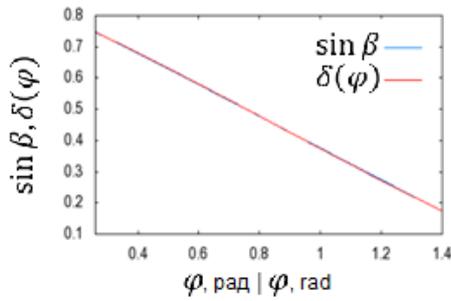


Рисунок 4 – Графики функций  $\sin \beta$  и  $\delta(\varphi)$

Figure 4 – Graphs of functions  $\sin \beta$  and  $\delta(\varphi)$

Источник: Собственная композиция авторов  
Source: Authors' own composition

Введем обозначения:

$$A_1 = \frac{\pi d_c^2 b_1}{4(J_{бр} + J_c)}, A_2 = -\frac{G_{бр}L + G_c l_n}{J_{бр} + J_c},$$

$$B_1 = -\frac{a_y E_{пр}}{V_{сум}}, B_2 = -\mu \frac{\pi d_n^2}{4} \sqrt{\frac{2p}{\rho}}, B_3 = -\frac{\pi d_c^2 b_1 E_{пр}}{4V_{сум}},$$

$$B_4 = \frac{q_n n_n E_{пр}}{V_{сум}},$$

$$C_1 = -\frac{k_d}{m_d}, C_2 = -\frac{c_n}{m_d}, C_3 = \frac{\pi d_n^2}{4m_d}$$

и перепишем систему (1), выделив старшие производные от искомых функций:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = A_1 p(t) \delta(t) + A_2 \cos(\varphi(t)), \\ \frac{dp}{dt} = B_1 p(t) + B_2 \sqrt{p(t)} + B_3 \delta(t) \frac{d\varphi}{dt} + B_4, \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{d^2 x_d}{dt^2} = C_1 \frac{dx_d}{dt} + C_2 x_d(t) + C_3 p(t). \quad (4)$$

Сначала рассмотрим систему из первых двух уравнений этой системы. Для решения заменим искомые функции их разложениями в многочлен Маклорена в окрестности точки  $t = t_n = 0$  до третьей степени  $t$  включительно:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + \frac{\varphi'(0)}{1!} t + \frac{\varphi''(0)}{2!} t^2 + \frac{\varphi'''(0)}{3!} t^3, \quad (5)$$

$$p(t) = p(0) + \frac{p'(0)}{1!} t + \frac{p''(0)}{2!} t^2 + \frac{p'''(0)}{3!} t^3. \quad (6)$$

Значения  $\varphi^{(i)}(0), p^{(i)}(0), i = 0,1,2,3$ , вычисляются по следующей схеме.

Пусть  $\varphi'(0)$  – параметр, который надлежит вычислить.

1. Из первого уравнения системы (3) находим  $\varphi''(0)$ , взяв  $t = 0$ ;

2. Из второго уравнения этой системы, взяв  $t = 0$ , находим  $p'(0)$ ;

3. Продифференцировав первое уравнение, зная  $\varphi''(0)$ , находим  $\varphi'''(0)$ ;

4. Продифференцировав второе уравнение, зная  $\varphi''(0)$ , находим  $p''(0)$ ;

5. Подставляем найденные значения  $\varphi^{(i)}(0), i = 2,3$ , в (5); из уравнения  $\varphi(15) = \varphi_k$  находим  $\varphi'(0)$ .

Тем самым, функция  $\varphi(t)$  найдена.

6. Продифференцировав второе уравнение дважды, зная  $p^{(i)}(0), \varphi^{(i)}(0), i = 0,1,2$ , и  $\varphi'''(0)$ , находим  $p'''(0)$ ;

7. Подставляем найденные значения  $p^{(i)}(0), i = 1,2,3$ , в (2.6).

Тем самым, функция  $p(t)$  найдена.

Задача решена в системе компьютерной алгебры Maxima с учетом входных данных в таблице 1. Отметим, что числовые значения округляются до тысячных.

Обозначив

$$D_1 = 0.966A_2, D_2 = 0.954A_1 B_4,$$

$$D_3 = 0.911A_1 B_3 + 0.257A_2,$$

получим

$$\varphi(t) = \varphi_n + \frac{t}{1!} \varphi'(0) + \frac{t^2}{2!} D_1 + \frac{t^3}{3!} (D_2 + D_3 \varphi'(0)).$$

Решив уравнение  $\varphi(15) = \varphi_k$ , находим  

$$\varphi'(0) = \frac{2(\varphi_k - \varphi_H) - 1125D_2 - 225D_1}{1125D_3 + 30}$$

Далее, обозначим

$$\begin{aligned} D_5 &= B_4 + 0.954B_3\varphi'(0), \\ D_6 &= 0.5B_2B_4 + 0.477B_2B_3\varphi'(0), \\ D_7 &= B_1B_4 + 0.922A_2B_3 + 0.5B_2^2 + 0.954B_1B_3\varphi'(0) \\ &\quad - 0.322(\varphi'(0))^2, \\ D_8 &= -0.25B_2B_4^2 - 0.239B_2B_3\varphi'(0), \\ D_9 &= 0.5B_1B_2B_4 - 0.25B_1B_2 + 0.477B_1B_2B_3\varphi'(0), \\ D_{10} &= -0.25B_2^2, \\ D_{11} &= 0.88A_1A_2B_3B_4 + B_1^2B_4 + 0.922A_2B_1B_3 \\ &\quad + 0.5B_1B_2^2 + \\ &\quad + [0.84A_1A_2B_3^2 + 0.954B_1^2B_3 + 0.237A_2^2B_3 \\ &\quad - 0.934A_2B_3]\varphi'(0) - \\ &\quad - 0.322B_1B_3(\varphi'(0))^2 + 0.176A_2B_3(\varphi'(0))^3. \end{aligned}$$

Тогда, исключив слагаемые с  $\sqrt{\varepsilon}$ ,  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^2$ , оказывающее малое влияние, получим

$$\begin{aligned} p(t) &= p(t, \varepsilon) = \frac{t}{1!}D_5 + \frac{t^2}{2!}\left(D_6 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} + D_7\right) + \\ &\quad + \frac{t^3}{3!}\left(D_8 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}} + D_9 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} + D_{10} \cdot \frac{1}{\varepsilon} + D_{11}\right). \end{aligned}$$

Далее, будем обозначать эту функцию

$$p(t) = P_1t + P_2(\varepsilon)t^2 + P_3(\varepsilon)t^3,$$

где

$$\begin{aligned} P_1 &= D_5, \\ P_2(\varepsilon) &= D_6 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} + D_7, \\ P_3(\varepsilon) &= D_8 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}} + D_9 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} + D_{10} \cdot \frac{1}{\varepsilon} + D_{11}. \end{aligned}$$

В итоге получается формула для определения функции  $\varphi(t)$

$$\varphi(t) = -0.26 + 0.128t - 0.869t^2 + 0.058t^3.$$

Далее, вычислим ход плунжера  $x_d(t)$ , решив уравнение (4) с условиями (2). Неоднородная часть найдена выше.

Пусть

$$C_1^2 + 4C_2 > 0.$$

Обозначим

$$v_1 = \frac{C_1 + \sqrt{C_1^2 + 4C_2}}{2}, v_2 = \frac{C_1 - \sqrt{C_1^2 + 4C_2}}{2},$$

$$P_4(t, \varepsilon) = \frac{C_3}{\sqrt{C_1^2 + 4C_2}} \cdot$$

$$\cdot \left\{ P_1 \left[ \frac{e^{v_1 t} - v_1 t - 1}{v_1^2} - \frac{e^{v_2 t} - v_2 t - 1}{v_2^2} \right] + \right.$$

$$\left. + P_2(\varepsilon) \left[ \frac{2e^{v_1 t} - v_1^2 t^2 - 2v_1 t - 2}{v_1^3} - \frac{2e^{v_2 t} - v_2^2 t^2 - 2v_2 t - 2}{v_2^3} \right] + \right.$$

$$\left. + P_3(\varepsilon) \left[ \frac{6e^{v_1 t} - v_1^3 t^3 - 3v_1^2 t^2 - 6v_1 t - 6}{v_1^4} - \frac{6e^{v_2 t} - v_2^3 t^3 - 3v_2^2 t^2 - 6v_2 t - 6}{v_2^4} \right] \right\}$$

Тогда методом вариации постоянных получим решение

$$\begin{aligned} x_d(t) &= \frac{(x_d)_H \cdot e^{15v_2} - (x_d)_K + P_4(15, \varepsilon)}{e^{15v_2} - e^{15v_1}} e^{v_1 t} + \\ &\quad + \frac{-(x_d)_H \cdot e^{15v_1} + (x_d)_K - P_4(15, \varepsilon)}{e^{15v_2} - e^{15v_1}} e^{v_2 t} + P_4(t, \varepsilon). \end{aligned}$$

Подставив значения из табл. 1, находим

$$\begin{aligned} x_d(t) &= -6.2 \cdot 10^{17} e^{-0.15t} + 7.259 \cdot 10^{17} e^{-4999.85t} \\ &\quad + 5.955 \cdot 10^{13} t^3 - \\ &\quad - 1.191 \cdot 10^{15} t^2 + 1.588 \cdot 10^{16} t - 1.059 \cdot 10^{17}. \end{aligned}$$

Получено приближение точного решения, но из-за сильной нелинейности перед первой производной, это решение расходится от реального по мере удаления от начальной точки ( $t = 0$ ). Его можно улучшить, взяв количество  $n$  точек разбиения отрезка по времени очень большим. Отметим, что решение задачи очень чувствительно к изменению малого параметра из-за того, что он находится в знаменателях коэффициентов. А именно, при  $\varepsilon \rightarrow 0$  рост функции становится интенсивнее. Например, в точке  $t = 15$  с при  $\varepsilon = 0.1$  функция равна  $p(15) = 10^{20}$  (Па), а при  $\varepsilon = 10^{-30}$  она уже равна  $3.16 \cdot 10^{63}$  (Па).

Поэтому для решения таких задач рекомендуется использовать численный метод Рунге-Кутты.

### Результаты

Расчёт был произведён в программе MathCad с использованием метода Рунге-Кутты для решения системы дифференцированных уравнений второго порядка. В результате получен график изменения угла подъема стрелы (рис. 5). Статистические показатели угла подъема стрелы приведены в таблице 2. Анализ графика изменения угла подъема стрелы показал, что в начале угол имеет отрицательное значение при подъеме стрелы из крайнего нижнего положения до горизонтального, затем он монотонно возрастает примерно до 26 градусов.

Входные данные программы

Table 1

Program input data

	Параметр   Parameter	Интервал   Interval	Значение   Meaning
$t_k$	время на процесс поднятия, с   time for the lifting process, s		8
$\varphi_n$	начальное значение угла $\varphi$ , рад   initial value of angle $\varphi$ , rad		-0.26
$\varphi_k$	конечное значение угла $\varphi$ , рад   final value of angle $\varphi$ , rad		1.4
$(x_d)_k$	конечное положение хода плунжера, м   final position of the plunger stroke, m		0.05
$S_n$	минимальная длина гидроцилиндра, м   минимальная длина гидроцилиндра, м	1...1.5	1.4
$S_k$	максимальная длина гидроцилиндра, м   maximum length of hydraulic cylinder, m	1.8...2.3	2.2
$m_{бр}$	масса пачки бревен, кг   weight of a pack of logs, kg		884
$m_c$	масса стреловой группы, кг   mass of the boom group, kg		433
$J_{бр}$	момент инерции пачки бревен относительно точки O, кг·м <sup>2</sup>   moment of inertia of a stack of logs relative to point O, kg·m <sup>2</sup>		$J_{бр} = m_{бр}l^2 = 33435.09$
$J_c$	момент инерции стрелы относительно точки O, кг·м <sup>2</sup>   moment of inertia of the boom relative to point O, kg·m <sup>2</sup>		$J_c = m_c l^2 = 4830.37$
$G_{бр}$	сила тяжести пачки бревен в захвате, Н   gravity of a stack of logs in the grip, N		$G_{бр} = m_{бр}g = 8840$
$G_c$	сила тяжести стрелы, Н   boom gravity, N		$G_c = m_c g = 4330$
$d_c$	внутренний диаметр гидроцилиндра стрелы, м   internal diameter of the boom hydraulic cylinder, m		0.1
$b_1$	параметр, м   parameter, m		1
$L$	вылет манипулятора, м   manipulator reach, m		6.15
$l_n$	расстояние от точки O до центра масс стреловой группы, м   distance from point O to the center of mass of the boom group, m		3.34
$Q$	подача в единицу времени, м <sup>3</sup> /с   flow per unit time, m <sup>3</sup> /s		0.00133
$\mu$	коэффициент расхода   flow coefficient	0.7...0.8	0.75
$d_{др}$	диаметр отверстия дросселя, м   throttle hole diameter, m	0.001...0.003	0.002
$\rho$	плотность рабочей жидкости, кг/м <sup>3</sup>   working fluid density, kg/m <sup>3</sup>		800
$a_y$	коэффициент утечек в гидросистеме, м <sup>3</sup> /(Па·с)   leakage coefficient in the hydraulic system, m <sup>3</sup> /(Pa·s)		$2 \cdot 10^{-12}$

$K_p = \frac{V_{\text{сум}}}{E_{\text{пр}}}$	коэффициент податливости   compliance coefficient	$(0.9...3.3) \cdot 10^{-10}$	$2.1 \cdot 10^{-10}$
$m_d$	масса плунжера демпфера, кг   damper plunger mass, kg	0.01...0.03	0.02
$d_{\text{п}}$	диаметр плунжера демпфера, м   damper plunger diameter, m		0.08
$c_{\text{п}}$	жёсткость пружины демпфера, Н/м   damper spring stiffness, N/m	10...20	15
$k_d$	коэффициент вязкого трения плунжера демпфера, Н·с/м   coefficient of viscous friction of the damper plunger, N·s/m		1000

Источник: эмпирические данные, полученные авторами  
Source: empirical data obtained by the authors

Таблица 2

Статистические данные анализа угла подъема стрелы

Table 2

Boom lift angle analysis statistics

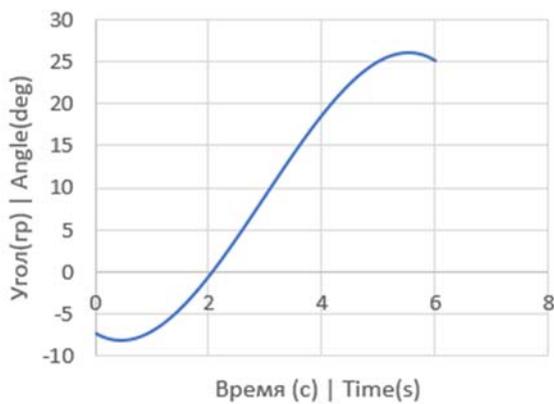


Рисунок 5 – График зависимости угла подъема стрелы φ от времени t

Figure 5 – Graph of elevation angle arrows φ versus time t

Источник: Собственная композиция авторов  
Source: Authors' own composition

Для функции  $p(t)$  получим формулу

$$p(t) = p(t, \varepsilon) = 2 \cdot 10^6 t + (3.115 \cdot 10^7 - 2.890 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}) t^2 + (2.238 \cdot 10^6 + 9.174 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1.31 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{\varepsilon} + 9.371 \cdot 10^{14} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}) t^3,$$

где  $\varepsilon = p(0)$  – достаточно малый положительный параметр.

Статистика. Изменение угла со временем   Statistics. Angle change over time	
Среднее   Average	8.997208735
Стандартная ошибка   Standard error	1.477695331
Медиана   Median	9.48977213
Стандартное отклонение   Standard deviation	14.85065428
Дисперсия выборки   Sample variance	220.5419327
Экссесс   Excess	-1.066113518
Асимметричность   Asymmetry	-0.217541743
Интервал   Interval	50.29329978
Минимум   Minimum	-18.01949837
Максимум   Maximum	32.2738014
Сумма   Sum	908.7180823
Счет   Check	101

Источник: собственные вычисления авторов  
Source: Authors' own calculations

В результате конечного расчёта по методу Рунге-Кутты получен график изменения давления рабочей жидкости в гидроцилиндре подъема стрелы (рис. 6). Статистические показатели давления в гидроцилиндре подъема стрелы приведены в табл. 3.

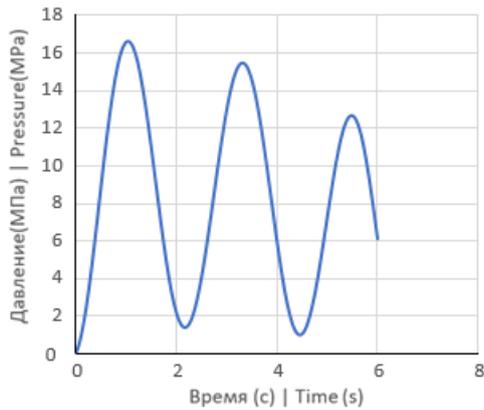


Рисунок 6 – График зависимости давления в напорном трубопроводе  $p$  от времени  $t$   
 Figure 6 – Graph of pressure dependence in the discharge pipeline  $p$  versus time  $t$

Источник: Собственная композиция авторов  
 Source: Authors' own composition

Таблица 3

Статистические данные анализа давления рабочей жидкости при подъеме стрелы

Table 3

Statistical data of the analysis of working fluid pressure during boom lifting

Статистика. Изменение давления со временем   Statistics. Change in pressure over time	
Среднее   Average	8,404027974
Стандартная ошибка   Standard error	0,502495472
Медиана   Median	8,551971095
Стандартное отклонение   Standard deviation	5,050016992
Дисперсия выборки   Sample variance	25,50267162
Экцесс   Excess	-1,338211252
Асимметричность   Asymmetry	-0,019761651
Интервал   Interval	16,67097589
Минимум   Minimum	0
Максимум   Maximum	16,67097589
Сумма   Sum	848,8068254
Счет   Check	101
Уровень надежности (98,0%)   Reliability level (98,0%)	1.567636602

Источник: собственные вычисления авторов  
 Source: Authors' own calculations

В результате конечного расчёта по методу Рунге-Кутты получен пример графика зависимости

хода плунжера демпфера от времени, представленный на рис. 7. За время полного хода плунжера обеспечивается перетечка между полостями гидроцилиндра объема жидкости, равного объему деформации упругих элементов гидропривода, и гасится всплеск давления при переходных режимах.

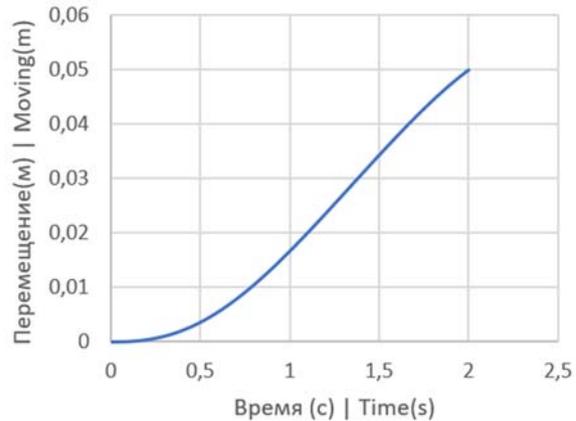


Рисунок 7 – График зависимости хода плунжера демпфера  $x_d$  от времени  $t$

Figure 7 – Graph of plunger stroke damper  $x_d$  versus time  $t$

Источник: Собственная композиция авторов  
 Source: Authors' own composition

### Обсуждение

Поскольку основной целью исследования было снижение динамической нагруженности, на которую существенно влияет давление в гидроприводе, остановим свое внимание на обсуждении результатов, связанных с моделированием поведения давления в рассматриваемом процессе.

Анализ графика изменения давления рабочей жидкости в гидроцилиндре подъема стрелы (см. рис. 6) показал, что по сравнению с результатами работ С.А. Голякевича и А.Р. Гороновского [1-2] использование гидромеханического демпфера дает снижение максимального давления с 40 МПа до 16,67 МПа.

Как и в работах И.А. Лагерова и А.В. Лагерова [5-7] полученные нами результаты показывают колебательный характер изменения давления, однако, его среднее значение уменьшается примерно в 1,5 раза.

Интенсивность нарастания всплеска давления в начале подъема стрелы за счет влияния гидромеханического демпфера понизилась в 1.3–1.4 раза по сравнению с результатами ранее проведенных исследований механизма подъема стрелы без подключения демпфера [9].

Таким образом, полученные нами графики кинематических и динамических характеристик рабочих процессов предлагаемого гидропривода механизма подъема стрелы манипулятора автосортиметовоза по характеру изменения не противоречат ранее проведенным исследованиям других авторов без учета влияния гидромеханического демпфера.

### Выводы

1. Анализ результатов исследований способов снижения динамической нагруженности и повышения производительности технологических машин манипуляторного типа показал, что кинематика и динамика гидроприводов с демпфирующими устройствами исследованы недостаточно.

2. Разработан новый механизм подъема стрелы манипулятора с подключением в гидропривод гидромеханического демпфера. Внедрение дополнительного демпфера в гидропривод механизма подъема стрелы манипулятора позволяет значительно повысить эффективность и стабильность погрузочно-разгрузочных работ.

3. Разработана математическая модель, обеспечивающая глубокое понимание кинематики и динамики процессов, происходящих в системе, и демонстрирующая влияние дополнительного демпфера на ключевые параметры работы манипулятора, такие как угол подъема стрелы, давление в напорном трубопроводе и ход плунжера демпфера.

4. Анализ решений системы уравнений с использованием методов Эйлера и Рунге-Кутты подтверждает, что применение демпфера способствует снижению динамической нагруженности и улучшению кинематических показателей, что повышает производительность и надежность гидроманипуляторов лесотранспортных машин.

5. Полученные результаты не противоречат ранее проведенным исследованиям других авторов и могут быть использованы для дальнейшего усовершенствования конструкций манипуляторов, а также разработки новых технологий в области автоматизации погрузочно-разгрузочных работ.

### Список литературы

1. Голякевич С. А. Имитационное моделирование технологического оборудования форвардера как мехатронной системы. Труды БГТУ. Серия 1: лесное хозяйство, природопользование и переработка возобновляемых ресурсов. 2019. № 2 (222). С. 174–180. URL: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/30280>.
2. Голякевич С. А., Гороновский А. Р. Математическая модель динамики манипуляторов многооперационных лесозаготовительных машин. Труды БГТУ. Серия 1: лесное хозяйство, природопользование и переработка возобновляемых ресурсов. 2024. № 1 (276). С. 132–143. URL: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/62730>.
3. Тарбеев А. А. Обеспечение надежности гидроприводов лесных машин совершенствованием методов и средств их диагностирования: автореф. канд. техн. наук. Йошкар-Ола, 2019.
4. Авдеева Е. В., Полетайкин В. Ф. Исследование нагрузок на гидроцилиндры манипулятора. Хвойные бореальной зоны. 2020; 28 (5-6). С. 305–309. URL: <https://elibrary.ru/vknnjg>.
5. Лагерева А. В., Лагерева И. А. Современная теория манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов : Моделирование рабочих процессов и проектирование элементов гидропривода. Брянск, 2019. 201 с. ISBN 978-5-9734-0319-5. URL: <https://elibrary.ru/vleqjy>.

6. Лагерев И. А., Лагерев А. В. Моделирование рабочих процессов в гидроприводе кранов-манипуляторов. Инновационное развитие подъемно-транспортной техники. материалы всероссийской научно-практической конференции. 2019. С. 74-77. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=qwxevm&ysclid=lur3ln1yux185211858>.
7. Лагерев А. В., Лагерев И. А. Моделирование рабочих процессов в дроссельно-регулируемом гидроприводе манипуляционных систем мобильных машин при совместном движении звеньев. Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2019. № 1. С. 59-82. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37289352&ysclid=lur3nj5m7g876441504>.
8. Власов Е. Н., Сергеевичев А. В., Добрынин Ю. А., Сергеевичев В. В. Анализ работы гидравлического манипулятора лесной машины с цикловой системой управления. Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. № 238. С. 99-112. DOI: <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2022.238.99-112>. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48186417>.
9. Попиков П. И., Зеликов В. А., Яковлев К. А. [и др.] Имитационная модель автомобильного манипулятора, реализованная в среде САПР. Лесотехнический журнал. 2019. Т. 9, № 4 (36). С. 142–150. DOI: 10.34220/issn.2222-7962/2019.4/16. URL: <https://elibrary.ru/qwhvxf>.
10. Макаров А. А., Худякова С. Е. Разработка динамической модели робота типа scara с избирательной податливостью руки // Сборник научных трудов кафедры автоматки и промышленной электроники. Москва, 2021. С. 31-34. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45772913&ysclid=lw08szlmz0747036875>.
11. Богданов Д. П., Даринцев О. В. Динамика (кинематика) звена манипулятора с управляемым изгибом. // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов. В 4-х томах. 2019. С. 528-530. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21162642>.
12. Крамарь В. А., Альчаков В. В., Крамарь О. А. Терминальный подход к построению управления антропоморфным манипулятором. Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. 2019. № 4 (8). С. 49-56. URL: <https://elibrary.ru/vsxsrq>.
13. Шевелева Т. А. Программные и инструментальные средства для компьютерного моделирования кинематики механизмов. Прикладная математика и фундаментальная информатика. 2020. Т. 7, № 2. С. 36-47. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45747127>.
14. Кузьмина М. В., Казначеева А. А. Кинематический и динамический анализ движения робота манипуляционного типа. // Инновационное развитие техники и технологий в промышленности. Сборник материалов Всероссийской научной конференции молодых исследователей с международным участием. Москва, 2023. С. 182-187. URL: <https://elibrary.ru/ceaumw>.
15. Телегин А. И. Аналитическое решение первой задачи динамики манипуляторов. Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2022. Т. 22, № 1. С. 28–52. DOI: 10.14529/ctcr220103. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48408894>.
16. Nosikov M. V., Telegin A. I. A New Type of the Manipulator Dynamics Equations for the Synthesis of Adaptive Pid Controller for Program Gripping. Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2022. Vol. 9, No. 4. P. 26-33. DOI 10.14529/jcem220403. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50198249>.
17. Михайлов М. И., Шевченко А. В. Оптимизация траектории робота RA605 в составе роботизированного технологического комплекса для обработки дисков. Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. 2022. № 4 (91). С. 23-32. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimizatsiya-traektorii-robota-ra605-v-sostave-robotizirovannogo-tehnologicheskogo-kompleksa-dlya-obrabotki-diskov>.
18. Ситник С. М., Ту Р. Эффективная методология сбора данных для обучения обратной динамической модели манипулятора на основе аналитического метода. I. Челябинский физико-математический журнал. 2023. Т. 8, Вып. 1. С. 140-145. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50415905>.
19. Нелюбова А. В. Исследование и анализ математической модели трехзвенного манипулятора. В книге: Конкурс научно-исследовательских работ студентов Волгоградского государственного технического университета. Волгоград, 2022. С. 414-415. URL: <https://elibrary.ru/rctqps>.

20. Долматов А. В., Исмагулов М. Е. Разработка интеллектуальных мехатронных модулей SCARA-манипулятора четвертого поколения на базе микроконтроллера ESP8266. Высокопроизводительные вычислительные системы и технологии. 2022. Т. 6. № 1. С. 131-136. Режим доступа: <https://elibrary.ru/gzwdwe>.
21. Vasilyev S. A., Mishin S. A., Limonov S. E., Nadezhkina O. A. Mechatronic module design of the control system of the braking mechanism and the clutch for transport and technological vehicles. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2022. Vol. 981(3). P. 032007. DOI: 10.1088/1755-1315/981/3/032007.
22. Дорняк О. Р., Маркова Л. В., Попиков С. К., Танчук П. В. Статическое нагружение силового гидропривода звеньев манипулятора лесотранспортной машины в критическом режиме. Лесотехнический журнал. 2023. Т. 13, № 2(50). С. 87–104. DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.2/5>. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54525084>.
23. Волошкин А. А., Рыбак Л. А., Скитова В. М., Ноздрачева А. В., Гапоненко Е. В. Создание трехмерной кинематической модели манипулятора Delta при помощи системы автоматизированного проектирования в NX. Робототехника и техническая кибернетика. Т. 11, № 1. Санкт-Петербург ЦНИИ РТК. 2023. С. 20-29. DOI: 10.31776/RTCJ.11103. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50439476>.
24. Попиков П. И., Черных А. С., Богданов Д. С., Попиков С. К., Поздняков Е. В., Попикова А. В. Патент № 2789167 С1 Российская Федерация, МПК В66С 13/42. Гидропривод грузоподъемного механизма лесного манипулятора : № 2022119768 : заявл. 19.07.2022 : опубл. 30.01.2023 / заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова". URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50267016>.

### References

1. Golyakevich S.A. Simulation modeling of forwarder technological equipment as a mechatronic system. Proceedings of BSTU. Series 1: Forestry, environmental management and processing of renewable resources. 2019. No. 2 (222). pp. 174-180. URL: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/30280>.
2. Golyakevich S.A., Goronovsky A.R. Mathematical model of the dynamics of manipulators of multi-operational forestry machines. Proceedings of BSTU. Series 1: Forestry, environmental management and processing of renewable resources. 2024. No. 1 (276). pp. 132-143. URL: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/62730>.
3. Tarbeev A.A. Ensuring the reliability of hydraulic drives of forestry machines by improving methods and means of diagnosing them: abstract. Ph.D. tech. Sciences. Yoshkar-Ola, 2019.
4. Avdeeva E.V., Poletaykin V.F. Study of loads on manipulator hydraulic cylinders. Conifers of the boreal zone. 2020; 28 (5-6). pp. 305–309. URL: <https://elibrary.ru/vknjng>.
5. Lagerev, A.V., Lagerev, I.A. Modern theory of manipulation systems of mobile multi-purpose transport and technological machines and complexes: Modeling of work processes and design of hydraulic drive elements. Bryansk, 2019. 201 p. ISBN 978-5-9734-0319-5. URL: <https://elibrary.ru/vleqjy>.
6. Lagerev I.A., Lagerev A.V. Modeling of work processes in the hydraulic drive of manipulator cranes. Innovative development of lifting and transport equipment. materials of the All-Russian scientific and practical conference. 2019. pp. 74-77. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=qwxevm&ysclid=lur3ln1yyx185211858>.
7. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Modeling of working processes in a throttle-controlled hydraulic drive of manipulation systems of mobile machines with joint movement of links. Scientific and technical bulletin of Bryansk State University. 2019. No. 1. pp. 59-82. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37289352&ysclid=lur3nj5m7g876441504>.
8. Vlasov E.N., Sergeevichev A.V., Dobrynin Yu.A., Sergeevichev V.V. Analysis of the operation of a hydraulic manipulator of a forestry machine with a cyclic control system. News of the St. Petersburg Forestry Academy. 2022. No. 238. pp. 99-112. DOI: <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2022.238.99-112>. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48186417>.

9. Popikov P.I., Zelikov V.A., Yakovlev K.A., et al. Simulation model of an automobile manipulator, implemented in the CAD environment. *Lesotekhnicheskii zhurnal [Forestry Engineering journal]*. 2019. Vol. 9, No. 4 (36). pp. 142–150. DOI 10.34220/issn.2222-7962/2019.4/16. URL: <https://elibrary.ru/qwhvkvf>.
10. Makarov A.A., Khudyakova S.E. Development of a dynamic model of a scara type robot with selective hand compliance. In the collection: *Collection of scientific works of the Department of Automation and Industrial Electronics*. Moscow, 2021. pp. 31-34. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45772913&ysclid=lw08szlmz0747036875>.
11. Bogdanov D.R., Darintsev O.V. Dynamics (kinematics) of a manipulator link with controlled bending. In the collection: *XII All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics. Collection of works*. In 4 volumes. 2019. pp. 528-530. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21162642>.
12. Kramar V.A., Alchakov V.V., Kramar O.A. Terminal approach to building control of an anthropomorphic manipulator. *Automation and measurements in mechanical instrument engineering*. 2019. No. 4 (8). pp. 49-56. URL: <https://elibrary.ru/vsxsrq>.
13. Sheveleva T.A. Software and tools for computer modeling of the kinematics of mechanisms. *Applied mathematics and fundamental computer science*. 2020. Vol. 7, No. 2. pp. 36-47. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45747127>.
14. Kuzmina M.V., Kaznacheeva A.A. Kinematic and dynamic analysis of the movement of a manipulative-type robot. In the collection: *Innovative development of equipment and technologies in industry. Collection of materials from the All-Russian Scientific Conference of Young Researchers with International Participation*. Moscow, 2023. pp. 182-187. URL: <https://elibrary.ru/ceaumw>.
15. Telegin A.I. Analytical solution of the first problem of manipulator dynamics. *Bulletin of SUSU. Series "Computer technologies, control, radio electronics"*. 2022. Vol. 22, No. 1. pp. 28–52. DOI: 10.14529/ctcr220103. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48408894>.
16. Nosikov M.V., Telegin A.I. A New Type of the Manipulator Dynamics Equations for the Synthesis of Adaptive Pid Controller for Program Gripping. *Journal of Computational and Engineering Mathematics*. 2022. Vol. 9, No. 4. pp. 26-33. DOI 10.14529/jcem220403. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50198249>.
17. Mikhailov M.I., Shevchenko A.V. Optimization of the trajectory of the RA605 robot as part of a robotic technological complex for processing disks. *Bulletin of Gomel State Technical University named after. BY. Sukhoi*. 2022. No. 4 (91). pp. 23-32. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimizatsiya-traektorii-robota-ra605-v-sostave-robotizirovann>.
18. Sitnik S.M., Tu R. An effective data collection methodology for training an inverse dynamic model of a manipulator based on an analytical method. *I. Chelyabinsk Journal of Physics and Mathematics*. 2023. Vol. 8, Iss. 1. pp. 140-145. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50415905>.
19. Nelyubova A.V. Research and analysis of the mathematical model of a three-link manipulator. In the book: *Competition of scientific research works of students of the Volgograd State Technical University*. Volgograd, 2022. pp. 414-415. URL: <https://elibrary.ru/rctqps>.
20. Dolmatov A.V., Ismagulov M.E. Development of intelligent mechatronic modules for the fourth generation SCARA manipulator based on the ESP8266 microcontroller. *High-performance computing systems and technologies*. 2022. Vol. 6. No. 1. pp. 131-136. URL: <https://elibrary.ru/gzwdwe>.
21. Vasilyev S.A., Mishin S.A., Limonov S.E., Nadezhdina O.A. Mechatronic module design of the control system of the braking mechanism and the clutch for transport and technological vehicles. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022. Vol. 981(3). Art. No. 032007. DOI: 10.1088/1755-1315/981/3/032007.
22. Dorniyak O.R., Markova L.V., Popikov S.K., Tanchuk P.V. Static loading of the power hydraulic drive of the manipulator links of a timber transport machine in critical mode. *Lesotekhnicheskii zhurnal [Forestry Engineering journal]*. 2023. Vol. 13, No. 2(50). pp. 87-104. DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.2/5>. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54525084>.

23. Voloshkin A.A., Rybak L.A., Skitova V.M., Nozdracheva A.V., Gaponenko E.V. Create a 3D kinematic model of the Delta manipulator using CAD in NX. Robotics and technical cybernetics. Vol. 11, No. 1. St. Petersburg Central Research Institute of RTK. 2023. pp. 20-29. DOI: 10.31776/RTCJ.11103. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50439476>.

24. Popikov P.I., Chernykh A.S., Bogdanov D.S., Popikov S.K., Pozdnyakov E.V., Popikova A.V. Patent No. 2789167 C1 Russian Federation, IPC B66C 13/42. Hydraulic drive of the lifting mechanism of the forestry manipulator: No. 2022119768: application. 07/19/2022: publ. 01/30/2023 / applicant Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Voronezh State Forestry University named after G.F. Morozov". URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50267016>.

### Сведения об авторах

*Богданов Дмитрий Сергеевич* – аспирант, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», кафедра механизации лесного хозяйства и проектирования машин, ул. Тимирязева, 8, Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4179-8189>, e-mail: [bogdanov\\_s69@mail.ru](mailto:bogdanov_s69@mail.ru).

*Потикова Алина Викторовна* – аспирант, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», кафедра механизации лесного хозяйства и проектирования машин, ул. Тимирязева, 8, Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9387-4254>, e-mail: [poalinka@mail.ru](mailto:poalinka@mail.ru).

*Евсиков Иван Дмитриевич* – аспирант, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», кафедра механизации лесного хозяйства и проектирования машин, ул. Тимирязева, 8, Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <http://orcid.org/0009-0007-3388-3275>, e-mail: [evsfan1997@gmail.com](mailto:evsfan1997@gmail.com).

*Потиков Сергей Константинович* – аспирант, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», кафедра механизации лесного хозяйства и проектирования машин, ул. Тимирязева, 8, Воронеж, Российская Федерация, 394087, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-1176-9804>, e-mail: [sergropikov@mail.ru](mailto:sergropikov@mail.ru)

✉ *Полумиско Александр Алексеевич* – магистрант, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», физический факультет, пл. Университетская, 1, Воронеж, Российская Федерация, 394018, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2900-7919>, e-mail: [alex-polumisko@mail.ru](mailto:alex-polumisko@mail.ru)

### Information about the authors

*Dmitry S. Bogdanov* – postgraduate student, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Timiryazev str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4179-8189>, e-mail: [bogdanov\\_s69@mail.ru](mailto:bogdanov_s69@mail.ru).

*Alina V. Popikova* – postgraduate student, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Timiryazev str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9387-4254>, e-mail: [poalinka@mail.ru](mailto:poalinka@mail.ru).

*Ivan D. Evsikov* – postgraduate student, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Timiryazev str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation, ORCID: <http://orcid.org/0009-0007-3388-3275>, e-mail: [evsfan1997@gmail.com](mailto:evsfan1997@gmail.com).

*Sergei K. Popikov* – postgraduate student, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Department of Forestry Mechanization and Machine Design, Timiryazev str., 8, Voronezh, 394087, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-1176-9804>, e-mail: [sergropikov@mail.ru](mailto:sergropikov@mail.ru).

*Alexander A. Polumisko* – master's student, Voronezh State University, Faculty of Physics, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, 394018, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2900-7919>, e-mail: [alex-polumisko@mail.ru](mailto:alex-polumisko@mail.ru).

✉ – Для контактов | Corresponding author